



2horas. (20 valores)

Nome: _____ Turma: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(15)	2a.(10)	3a (15).	4a.(15)	5a.(15)	6.(15)
1b.(15)	2b.(15)	3b.(15)	4b.(15)	5b.(15)	7.(15)
	2c.(10)	3c.(15)		T:	

Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.1. Seja a variável aleatória X e a função:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & x = 1, 2, 3 \\ k(x-2) & x = 4 \\ 0 & \text{outros valores } x \end{cases}$$

a) Determine o valor de k para o qual a função é uma função probabilidade da variável aleatória X .

b) Determine a função distribuição da variável aleatória $Y = \begin{cases} 0 & \text{se } x \text{ ímpar} \\ 1 & \text{se } x \text{ par} \end{cases}$ e classifique-a.

c) Calcule a variância da variável $W = 4 - 2X$.

2. Seja a variável aleatória bidimensional (X, Y) com função densidade conjunta:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x + 2y) & 0 < x < 2, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{outros valores } x \end{cases}$$

a) Estude a independência das variáveis aleatórias X e Y .

b) Calcule o $E\left(X|Y = \frac{1}{2}\right)$.

c) Calcule a $P(Y > X)$.

5. Na minha cidade chove um terço dos dias. O tráfego é mais intenso em metade dos dias em que chove e em $\frac{1}{4}$ dos dias em que não chove. Se chover e houver tráfego intenso, chego atrasado ao trabalho com probabilidade $\frac{1}{2}$. A probabilidade de me atrasar se não chover nem houver tráfego intenso é de $\frac{1}{8}$. Noutras situações (chuva sem trânsito ou ausência de chuva com trânsito) a probabilidade de me atrasar é de $\frac{1}{4}$. Escolhido um dia ao acaso:

a) Qual a probabilidade de chegar atrasado ao trabalho?

b) Dado que cheguei atrasado ao trabalho qual a probabilidade de ter chovido?

6. Sejam os acontecimentos $A, B, C \subset \Omega$ com probabilidades não nulas e mutuamente independentes. Demonstre que $P(A - B|C) = P(A) * P(\bar{B})$.

7. Considere as variáveis aleatórias independentes X e Y ambas com distribuição normal estandardizada. Sendo $Z = X + Y$, calcule $\rho_{X,Z}$.